О. А. Иванов 100 олимпиадных задач для старшеклассников. Задание 2

1. Длины сторон треугольника — целые числа. Известно, что длины двух сторон — 1 и 3 см. Найдите длину третьей стороны.

2. Решите графически уравнение $\sqrt{x-2}=x-8$ и объясните причину появления «лишнего» корня в обычном решении.

3. Имеется пирамида, составленная из 10 колец разного диаметра, надетых на палочку так, что меньшее кольцо всегда лежит на большем. Требуется переложить эти кольца на другую палочку (используя вспомогательную третью); при этом запрещено класть большее кольцо на меньшее. Какое наименьшее число перекладываний потребуется?

4. Запишите точное значение для $\cos\frac{\pi}{32}$, не используя обозначений тригонометрических функций.

5. Проверьте, что $\sqrt{3\frac{3}{8}}=3\sqrt{\frac{3}{8}}$, и найдите еще несколько подобных примеров.

6. На катетах прямоугольного треугольника площади 1 как на диаметрах построены полукруги, расположенные вне этого треугольника. Найдите суммарную площадь частей этих полукругов, расположенных вне круга, описанного около этого треугольника.

7. Выведите признак делимости на три чисел, записанных в двоичной системе.

8. Двести солдат выстроены прямоугольником 20×10. Кто окажется выше, самый низкий среди двадцати самых высоких в 20 рядах этого прямоугольника или же самый высокий их десяти самых низких в его 10 колоннах?

9. В классе 5 девочек и 19 мальчиков. Сколькими способами можно составить пару для участия в теннисном турнире в: а) смешанном разряде; б) парном женском; в) парном мужском?

10. Может ли быть, чтобы любые два жителя Китая отличались набором своих зубов?