

а) Найдите площадь подграфика функции

$$f(x) = \min\{\sqrt{x}, 2 - x\}, \quad x \in [0; 2].$$

б) Покажите, что $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx = \frac{\pi}{4}$.

в) Докажите, что для любых четырех чисел $a, b, p, q > 0$, где $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, верно неравенство

$$\int_0^a x^{p-1} dx + \int_0^b x^{q-1} dx \geq ab.$$

В каком случае имеет место равенство?