

а) Пусть $a \leq b$, $x \leq y$. Докажите, что $(a+b)(x+y) \leq 2(ax+by)$.

б) Докажите неравенство Чебышева: если

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n, \text{ то } \sum_{i=1}^n a_i \sum_{i=1}^n b_i \leq n \sum_{i=1}^n a_i b_i.$$

в) Пусть функция f монотонно возрастает на $[0; 1]$. Докажите, что $\int_0^1 f(x)dx \leq 2 \int_0^1 xf(x)dx$.