Даны многочлены $p_n(x) = x^n \sin\alpha - x\sin n\alpha + \sin(n-1)\alpha$ и $q(x) = x^2 - 2x\cos\alpha + 1$.

а) Докажите, что многочлен $p_4(x)$ делится на $q(x)$.

б) Найдите все α, отличные от πk, $k \in \mathbb{Z}$, при которых многочлен $q(x)$ имеет действительные корни.

в) Докажите, что при всех натуральных $n \geqslant 2$ многочлен $p_n(x)$ делится на $q(x)$.