

Функция f задана, непрерывна и $f(x+1) = f(x)$ при всех $x \in \mathbb{R}$.

а) Докажите, что интеграл $\int_t^{t+1} f(x) dx$ не зависит от t . Предположим дополнительно, что функция f положительна. Пусть

$$F(\alpha) = \int_0^1 \frac{f(x+\alpha)}{f(x)} dx.$$

б) Докажите, что $F\left(\frac{1}{2}\right) \geq 1$.

в) Найдите все действительные α , при которых $F(\alpha) \geq 1$.