

**Санкт-Петербургская олимпиада школьников, 11 класс, 1 тур (отборочный),
2017**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Можно ли расставить в таблице 7×9 числа от 1 до 63 так, чтобы в каждом квадрате 2×2 сумма чисел была нечетна?

(А. Храбров)

2. Перед открытием жилконторы к окошку в ней стояла очередь из 100 человек, и в течение дня приходили еще люди. Когда очередной клиент подходит к окошку, работница жилконторы делит время, оставшееся до конца рабочего дня, на текущее количество человек в очереди (включая подошедшего) и обслуживает его ровно столько времени, сколько получилось в частном. Всего за день было обслужено 130 человек. Докажите, что найдутся пять клиентов, которых обслуживали одинаковое время.

(Считается, что перерыва на обед нет и что никто не становится в конец очереди в тот момент, когда очередной клиент подходит к окошку.)

(Н. Власова)

3. Существуют ли такие натуральные числа a , b , c , что a и b имеют ровно 1000 общих делителей, a и c имеют ровно 720 общих делителей, а a , b , c имеют ровно 350 общих делителей?

(А. Сольнин, Ф. Петров)

4. График кубического многочлена $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ высекает на прямой, параллельной оси абсцисс, два отрезка длины 1, а на прямой, параллельной прямой $y = x$, два отрезка, длина одного из которых равна $\sqrt{2}$. Чему может быть равна длина второго?

(А. Голованов, Ф. Петров)

5. Площадь поверхности тетраэдра $ABCD$ равна S . Известно, что $AB = 6$, $BC = 9$, $CD = 7$, $DA = 2$. Докажите, что $S > AC \cdot BD$.

(А. Кузнецов)