

## Всероссийская олимпиада школьников Высшая проба, 1 тур (демоверсия), 2024

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Карлсону на день рождения подарили большую банку малинового варенья. В течение 99 дней он ел варенье по следующему правилу: для всех  $k = 1, 2, \dots, 99$  в  $k$ -й день Карлсон ел  $\frac{1}{k+1}$  от текущего остатка (в первый день он съел половину всего варенья, во второй —  $\frac{1}{3}$  от остатка, и т. д.). Какая часть от изначального объёма варенья осталась у Карлсона через 99 дней?

2. Найдите наибольшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, у которого разность между любыми двумя соседними цифрами не меньше 3.

3. Назовём дробь  $\frac{a}{b}$  красивой, если  $a$  и  $b$  — натуральные числа, сумма которых равна 15 (дробь может быть сократимой). Сколько существует натуральных чисел, представимых в виде суммы двух (не обязательно различных) красивых дробей?

4. Дан квадрат  $ABCD$ . На плоскости отметили такую точку  $X$ , что  $AX = AB$  и  $\angle ADX = 13^\circ$ . Сколько градусов может составлять угол  $BXA$ ? Укажите все возможные варианты.

5. На футбольной трибуне кресла стоят в виде прямоугольника, всего мест меньше 2022. После матча некоторые кресла сломались, причём всего сломанными оказались  $\frac{1}{99}$  всех кресел. При этом не менее чем в 44% горизонтальных рядов и не менее чем в 44% вертикальных рядов что-то сломалось. Сколько всего кресел на трибуне?

6. В множестве  $X$  содержится  $1 \leq n \leq 20$  различных действительных чисел, все они отличны от 0 или 1. Известно, что если  $x \in X$ , то  $\frac{1}{x} \in X$  и  $1 - x \in X$ . Чему может быть равно  $n$ ? Укажите все возможные варианты.

7. Петя разделил большой прямоугольник 99 вертикальными и 99 горизонтальными прямыми на 10 000 прямоугольников, площади которых неизвестны. За один вопрос можно узнать у Пети значение площади любого из этих 10 000 прямоугольников. За какое наименьшее количество вопросов получится гарантированно узнать площадь большого прямоугольника?

8. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $\angle C = 20^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ . Точки  $D$  и  $E$  на сторонах  $BC$  и  $AC$  соответственно таковы, что  $AC = CD$ ,  $CE = BD$ . Сколько градусов составляет угол  $BEC$ ?