

**Олимпиада Университета Иннополис Innopolis Open, 9 класс, 1 тур  
(отборочный) 1 этап, 2017**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Чему равно число  $m$  в пятеричной (семеричной, одиннадцатеричной) системе счисления?
2. Решите в целых числах уравнение

$$x^2 - e^2 + 2(a+b)x + 2(a-b)y = p - 4ab,$$

где  $p \in \mathbb{P}$ . В ответ напишите наименьшее значение переменной  $x$ .

3. Автобусный билет нумеруется шестью цифрами: от 000000 до 999999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность того, что вам достанется билет, у которого цифры идут в порядке возрастания (убывания)?
4. Автобусный билет нумеруется шестью цифрами: от 000000 до 999999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность того, что вам достанется билет, у которого цифры различны?
5. Автобусный билет нумеруется шестью цифрами: от 000000 до 999999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность того, что вам достанется билет, у которого любые а) две; б) три; в) четыре последовательные цифры различны?
6. Автобусный билет нумеруется шестью цифрами: от 000000 до 999999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность того, что вам достанется билет, у которого хотя бы две одинаковые цифры?
7. Автобусный билет нумеруется шестью цифрами: от 000000 до 999999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность того, что вам достанется билет, у которого хотя бы одна цифра а) больше 5; б) меньше 3?

8. Автобусный билет нумеруется шестью цифрами: от 000000 до 999999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность того, что вам достанется билет, у которого ровно одна цифра меньше 3?

9. Лотерейные билеты нумеруются пятью цифрами: от 00000 до 99999. Вы покупаете один билет. Какова вероятность, что вам достанется билет, у которого хотя бы одна цифра четная?

10. Решите уравнение

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = n^2,$$

где  $n > 1$ .

11. Через стороны правильного  $2n$ -угольника проведены прямые. На сколько частей эти прямые делят плоскость?

12. В университете Иннополис обучается  $2n$  ( $n > 1$ ) студентов. Оказалось, что любых  $2n - 2$  из них можно разбить на  $n - 1$  пару знакомых. Какое наименьшее число пар знакомых может быть среди всех студентов.

13. На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  взяты точки  $X$  и  $Y$  таким образом, что  $AX = AC$  и  $BY = BC$ . Оказалось, что  $XY = p$ . Найдите произведение  $AY \cdot BX$ .

14. Найдите коэффициент при  $x^m$  у многочлена

$$P(x) = (1+x) \cdot (2+x^2) \cdot (4+x^4) \cdot (8+x^8) \cdot \dots \cdot (1024+x^{1024}).$$

15. На сторонах треугольника построены во внешнюю сторону равнобедренные треугольники с углами при вершине  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ , где  $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$ . Найдите углы треугольника, образованного вершинами этих равнобедренных треугольников.

16. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \sqrt{(x-a)^2 + b^2} + \sqrt{(x-b)^2 + a^2},$$

где  $a, b > 0$ .

17. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \sqrt{(x+a)^2 + b^2} + \sqrt{(x+b)^2 + a^2},$$

где  $a, b > 0$ .